Упражнение 1.10

Дана схема, изображенная на рисунке 1.12, со следующими параметрами: V_i = 30 В; R_1 = R_2 = 10 кОм. Необходимо определить: а) напряжение на выходе без нагрузки (напряжение холостого хода); б) напряжение на выходе с подключенной нагрузкой в 10 кОм (изобразите в виде делителя напряжения, у которого R_2 и R_L представлены одним резистором); в) эквивалентную схему Тевенина; г) то же, что и в пункте б), но с применением эквивалентной схемы Тевенина (вы снова имеете дело с делителем напряжения; ответ должен совпадать с ответом к пункту б)); д) мощность, рассеиваемую каждым из резисторов.

В наличии: V_i = 30 В; R_1 = R_2 = 10 кОм; R_L = 10 кОм.

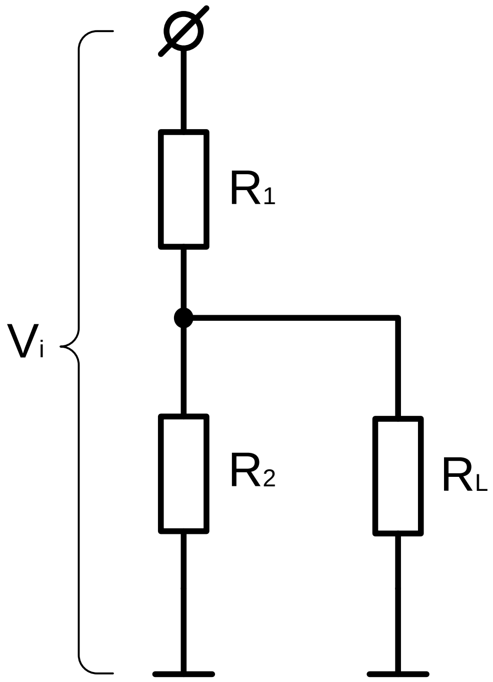
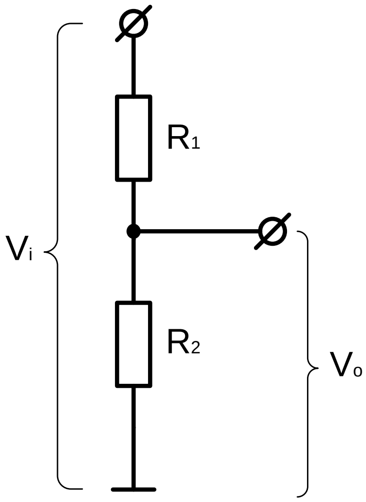


Рисунок 1.12

а) V_o – ?

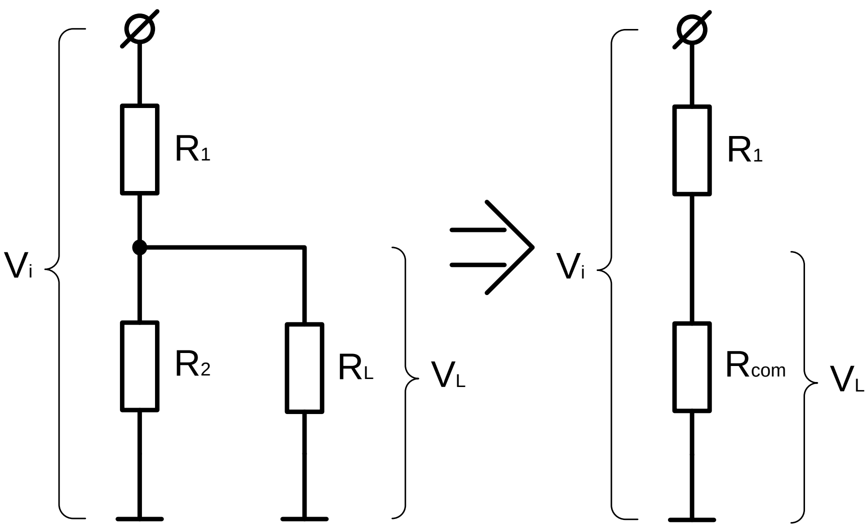


Из ранее пройденного материала книги, нам известно, что выходное напряжение (напряжение холостого хода) для делителя напряжения, образованного резисторами R_1 и R_2, будет определяться и рассчитываться в соответствии со следующим выражением:

$$V_o = V_i \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}; \tag{1}$$

$$V_o = 30 \cdot \frac{10}{10+10} = 15 \text{ В}. \tag{2}$$

б) V_L – ?



Так как $R_2 = R_L$, то их общее сопротивление будет равно:

$$R_{com} = \frac{R_2}{2};$$

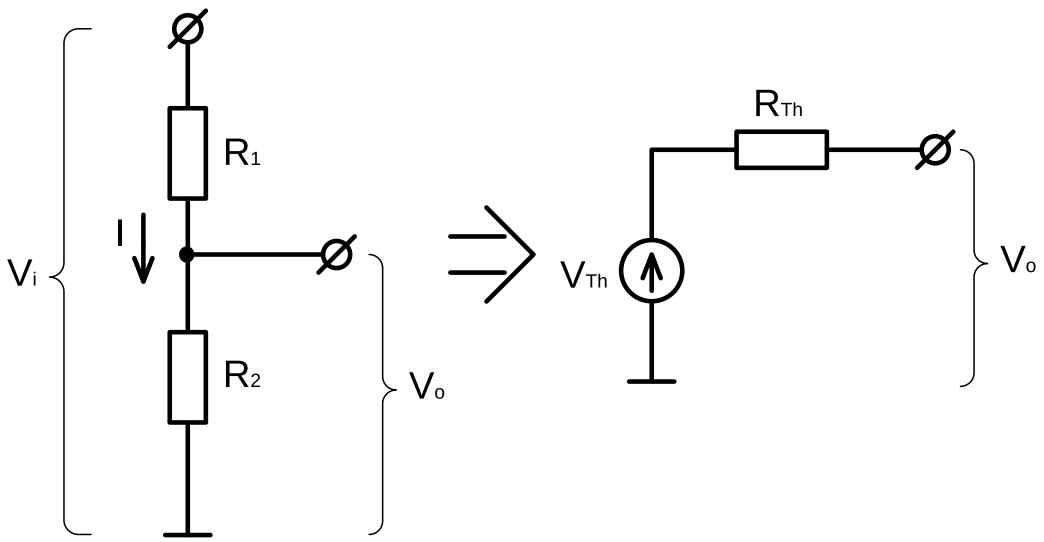
$$R_{com} = \frac{10}{2} = 5 \text{ кОм}.$$

Снова имеем дело с делителем напряжения. Поэтому, для расчета выходного напряжения при подключенной нагрузке, воспользуемся формулой выходного напряжения делителя напряжения:

$$V_L = V_i \cdot \frac{R_{com}}{R_1 + R_{com}};$$

$$V_L = 30 \cdot \frac{5}{10+5} = 10 \text{ В}.$$

в) V_{Th} – ?; R_{Th} – ?



В соответствии с методикой, описанной в книге, определяем параметры эквивалентной схемы Тевенина.

Напряжение эквивалентного источника питания будет равно выходному напряжению холостого хода делителя (1), (2):

$$V_{Th} = V_o; \tag{3}$$

$$V_{Th} = 15 \text{ В.} \tag{4}$$

Ток, при коротком замыкании выхода делителя, по закону Ома будет равен:

$$I_{max} = \frac{V_i}{R_1}. \tag{5}$$

По закону Ома последовательное сопротивление эквивалентного источника питания будет равно:

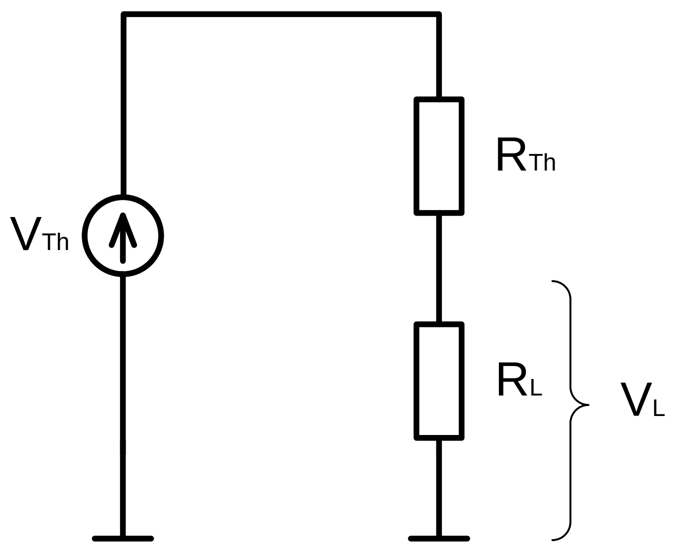
$$R_{Th} = \frac{V_o}{I_{max}}. \tag{6}$$

Подставив в выражение (6) выражение (5), получим окончательную формулу для искомой величины и рассчитаем ее с помощью полученного ранее значения (4):

$$R_{Th} = \frac{V_{Th}}{V_i} \cdot R_1;$$

$$R_{Th} = \frac{15}{30} \cdot 10 = 5 \text{ кОм.} \tag{7}$$

г) V_L – ?



Параметры эквивалентной схемы Тевенина (4) и (7) мы рассчитали в предыдущем пункте упражнения.

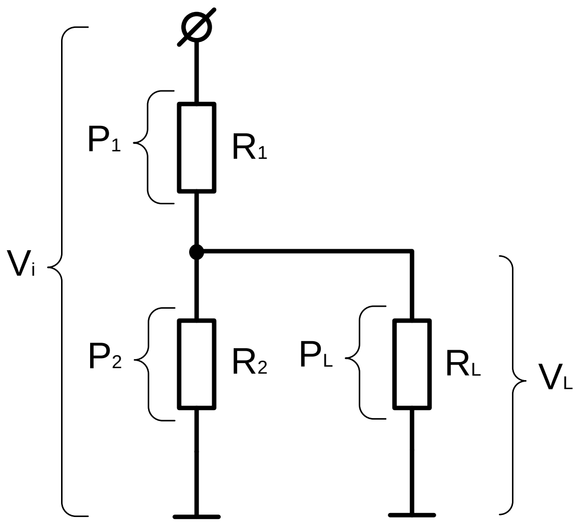
В результате применения эквивалентной схемы Тевенина у нас получился делитель напряжения, поэтому напряжение на его выходе будет равно:

$$V_L = V_{Th} \cdot \frac{R_L}{R_{Th} + R_L};$$

$$V_L = 15 \cdot \frac{10}{10+5} = 10 \text{ В.}$$

Как видите, ответ тот же, что и в пункте б) данного упражнения.

д) P_1 – ?; P_2 – ?; P_L – ?



В общем случае, применив закон Ома, мощность можно выразить через величины напряжения и сопротивления:

$$P = \frac{V^2}{R}. \qquad (8)$$

Используя рисунок, результаты предыдущих вычислений и формулу (8), мы легко рассчитаем искомые мощности:

$$P_1 = \frac{(V_i - V_L)^2}{R_1};$$

$$P_1 = \frac{(30-10)^2}{10 \cdot 10^3} = 40 \text{ мВт};$$

$$P_2 = \frac{V_L{}^2}{R_2};$$

$$P_2 = \frac{10^2}{10 \cdot 10^3} = 10 \text{ мВт};$$

$$P_L = \frac{V_L{}^2}{R_L};$$

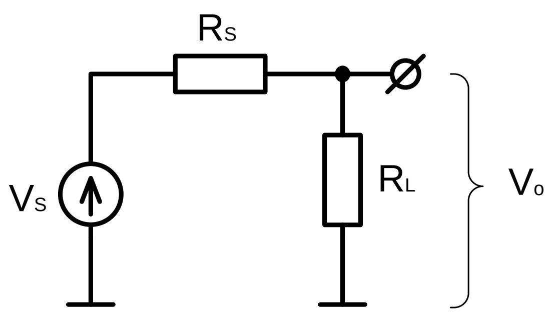
$$P_L = \frac{10^2}{10 \cdot 10^3} = 10 \text{ мВт}.$$

Упражнение 1.11

Покажите, что при равенстве сопротивления нагрузки сопротивлению источника питания ($R_L = R_S$), мощность, рассеиваемая в нагрузке, максимальна. Замечание: пропустите данное упражнение, если вы не представляете себе его решения и просто примите на веру, что приведенное утверждение справедливо.

В наличии: $P_L = \max$; $V_S = \text{const.}$; $R_S = \text{const.}$

$\{R_L = R_S\}$ – ?



Мощность, рассеиваемую нагрузкой, можно выразить через величины напряжения и сопротивления:

$$P_L = \frac{V_o^2}{R_L}. \quad (1)$$

Наша схема представляет собой делитель напряжения, поэтому ее выходное сопротивление будет определяться следующим выражением:

$$V_o = V_S \cdot \frac{R_L}{R_S + R_L}. \qquad (2)$$

Подставив выражение (2) в выражение (1), получим мощность, представленную в виде функции от переменной, которой является сопротивление нагрузки:

$$P_L = \frac{V_S^2 \cdot R_L^2}{(R_S + R_L)^2 \cdot R_L};$$

$$P_L = \frac{V_S^2 \cdot R_L}{(R_S + R_L)^2}. \qquad (3)$$

Из курса математики известно, что любую функцию можно исследовать на экстремум. Воспользуемся же этой возможностью. Для этого необходимо взять производную функции (3) по переменной R_L:

$$\frac{dP_L}{dR_L} = V_S^2 \cdot \frac{(R_S + R_L)^2 - 2R_L \cdot (R_S + R_L)}{(R_S + R_L)^4};$$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = V_S^2 \cdot \frac{R_S + R_L - 2R_L}{(R_S + R_L)^3};$$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = V_S^2 \cdot \frac{R_S - R_L}{(R_S + R_L)^3}. \qquad (4)$$

Я не стал приводить законы дифференциального исчисления, которые применялись для вывода выражения (4), так как они общеизвестны и содержатся в математических справочниках.

В точке максимума функции, производная должна быть равна нулю:

$$P_L = \max; \ \frac{dP_L}{dR_L} = 0.$$

Поэтому, приравняем выражение (4) к нулю и определим условие максимума:

$$V_S^2 \cdot \frac{R_S - R_L}{\left(R_S + R_L\right)^3} = 0;$$

$$V_S \neq 0; \ \left(R_S + R_L\right) \neq 0;$$

$$R_S - R_L = 0;$$

$$R_L = R_S.$$

Упражнение 1.12

Определите отношения напряжений и мощностей для двух сигналов, которые заданны в децибелах: а) 3 дБ; б) 6 дБ; в) 10 дБ; г) 20 дБ.

В наличии: а) $k_V = k_P = 3$ дБ; б) $k_V = k_P = 6$ дБ; в) $k_V = k_P = 10$ дБ;

г) $k_V = k_P = 20$ дБ.

$\frac{V_2}{V_1}$ – ?; $\frac{P_2}{P_1}$ – ?

Относительный коэффициент передачи напряжения определяется по формуле:

$$k_V = 20 \cdot \lg\left(\frac{V_2}{V_1}\right). \tag{1}$$

Выполнив над формулой (1) ряд элементарных математических преобразований, получим выражение для расчета искомой величины отношения напряжений двух сигналов (или абсолютного коэффициента передачи напряжения):

$$\frac{V_2}{V_1} = 10^{\frac{k_V}{20}}. \tag{2}$$

Относительный коэффициент передачи мощности определяется по формуле:

$$k_P = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_2}{P_1}\right). \tag{3}$$

Выполнив над формулой (3) те же преобразования, что и над формулой (1), получим выражение для расчета искомой величины отношения мощностей двух сигналов (или абсолютного коэффициента передачи мощности):

$$\frac{P_2}{P_1} = 10^{\frac{k_P}{10}}. \qquad (4)$$

Для каждого из пунктов будем производить вычисления в соответствии с формулами (2) и (4).

а) $\frac{V_2}{V_1} = 10^{\frac{3}{20}} \approx 1{,}4$; $\frac{P_2}{P_1} = 10^{\frac{3}{10}} \approx 2$.

б) $\frac{V_2}{V_1} = 10^{\frac{6}{20}} \approx 2$; $\frac{P_2}{P_1} = 10^{\frac{6}{10}} \approx 4$.

в) $\frac{V_2}{V_1} = 10^{\frac{10}{20}} \approx 3$; $\frac{P_2}{P_1} = 10^{\frac{10}{10}} = 10$.

г) $\frac{V_2}{V_1} = 10^{\frac{20}{20}} = 10$; $\frac{P_2}{P_1} = 10^{\frac{20}{10}} = 100$.

Для наглядности, занесем результаты наших вычислений в сводную таблицу.

k, дБ	**V_2/V_1**	**P_2/P_1**
3	1,4	2
6	2	4
10	3	10
20	10	100

Упражнение 1.13

Мы можем назвать это занимательное упражнение «Пустынный остров децибел». В таблице, представленной ниже, мы начали вводить некоторые значения отношений мощностей двух сигналов, заданных в децибелах для двенадцати целочисленных значений, используя результаты, полученные при решении предыдущего упражнения в пунктах а) и в). Вы должны закончить заполнение данной таблицы без использования калькулятора. Подсказка: нач-

ните со значения «10 дБ» и опускайтесь по таблице с шагом 3 дБ, пока не упретесь; затем поднимитесь с шагом 10 дБ и снова опускайтесь с шагом 3 дБ. Не усложняйте себе задачу и не прибегайте к излишней точности: округляйте полученные значения до приемлемых величин.

дБ	**P_2/P_1**
0	1
1	
2	
3	2
4	
5	
6	4
7	
8	
9	8
10	10
11	

Итак, из предыдущего упражнения нам известно, что 3 дБ – это $(P_2/P_1) = 2$ и 10 дБ – это $(P_2/P_1) = 10$.

Воспользуемся подсказкой, и опустимся на 3 дБ со значения «10 дБ». Мы оказываемся у значения «7 дБ». Отношение мощностей при этом должно уменьшиться в два раза и составить величину, равную 5.

дБ	**P_2/P_1**
0	1
1	
2	
3	2
4	
5	
6	4
7	5
8	
9	8
10	10
11	

Снова опускаемся со значения «7 дБ» на 3 дБ. Оказываемся напротив значения «4 дБ». Значение отношения мощностей снова уменьшается в два раза и равно 2,5.

дБ	P_2/P_1
0	1
1	
2	
3	2
4	2,5
5	
6	4
7	5
8	
9	8
10	10
11	

Опускаемся со значения «4 дБ» на 3 дБ. Оказываемся напротив значения «1 дБ». Значение отношения мощностей уменьшается в два раза и составляет 1,25.

дБ	P_2/P_1
0	1
1	1,25
2	
3	2
4	2,5
5	
6	4
7	5
8	
9	8
10	10
11	

Теперь поднимаемся со значения «1 дБ» на 10 дБ. И оказываемся напротив значения «11 дБ». Значение отношения мощностей увеличивается в десять раз и составляет 12,5.

дБ	P_2/P_1
0	1
1	1,25
2	
3	2
4	2,5
5	
6	4
7	5
8	
9	8
10	10
11	12,5

Вновь опускаемся со значения «11дБ» на 3 дБ. Оказываемся напротив значения «8 дБ». Значение отношения мощностей уменьшается в два раза и составляет 6,25.

дБ	P_2/P_1
0	1
1	1,25
2	
3	2
4	2,5
5	
6	4
7	5
8	6,25
9	8
10	10
11	12,5

Опускаемся со значения «8 дБ» на 3 дБ. Оказываемся напротив значения «5 дБ». Значение отношения мощностей уменьшается в два раза и составляет примерно 3.

дБ	P_2/P_1
0	1
1	1,25
2	
3	2
4	2,5
5	3
6	4
7	5
8	6,25
9	8
10	10
11	12,5

И, наконец, опускаемся со значения «5 дБ» на 3 дБ. Оказываемся напротив значения «2 дБ». Значение отношения мощностей уменьшается в два раза и составляет примерно 1,5.

дБ	**P_2/P_1**
0	1
1	1,25
2	1,5
3	2
4	2,5
5	3
6	4
7	5
8	6,25
9	8
10	10
11	12,5